

Exercice 1 :

Soit $Z = \cos 2\pi/(n+1) + i \sin 2\pi/(n+1)$ avec $n \in \mathbb{N}^*$

1- Calculer $S = 1 + Z + \dots + Z^n$

2- En déduire les valeurs de : $S_1 = \cos 2\pi/(n+1) + \cos 4\pi/(n+1) + \dots + \cos 2n \pi/(n+1)$

$S_2 = \sin 2\pi/(n+1) + \sin 4\pi/(n+1) + \dots + \sin 2n \pi/(n+1)$

Exercice 2 :

Calculer les intégrales définies suivantes :

3- $A = \int_e^{e^2} 1/x \text{Log} x \cdot dx$

4- $B = \int \text{tg} x/a \cdot dx$ avec $a \in \mathbb{R}^*$

5- $C = \int \frac{1 + \text{tg}^2(\text{Log} x)}{x} dx$

6- $D = \int \frac{\cos(\text{Log} x)}{x} dx$

Exercice 3 :

On lance un dé $(n+1)$ fois (avec $n \in \mathbb{N}^*$)

7- Soit P_n la probabilité d'événement « le N° 5 est obtenu pour la première fois lors du $(n+1)^{\text{ème}}$ lancée du dé. »

Calculer P_0, P_1, P_2 et plus généralement P_n

Exercice 4 :

8- Résoudre dans l'ensemble des complexes \mathbb{C} l'équation : $Z^2 \text{tg}^2 \theta - 2Z \sin \theta + 1 = 0$ avec $\theta \in]0, \pi[- \{ \pi/2 \}$

Exercice 5 :

9- Résoudre dans \mathbb{N}^2 l'équation $7x - 4y = 4$ $x = 4, y = 6$

10- Un entier naturel a s'écrit $\overline{75}$ dans le système de base x et $\overline{49}$ dans le système de base y . Un entier naturel b s'écrit $\overline{310}$ dans le système de base x et $\overline{125}$ dans le système de base y . Déterminer x et y puis a et b .

Exercice 6 :

11- Résoudre dans le corps des réels l'équation : $(x^2 - 1) e^{\text{Log}(x-2)} = \text{Log} e^{(x+1)}$ (Log c'est le Log népérien)

12- Résoudre le système $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ $x^2 + y^2 = 169$

$\text{Log} x + \text{Log} y = \text{Log} 60$

Exercice 7 :

13- Mettre $z = 3 + i\sqrt{3} / (3 - i\sqrt{3})$ sous forme trigonométrique

14- Calculer $(\sqrt{3} + i)^{23}$

15- Déterminer θ tel que l'on ait $1 - i \text{tg} \theta / 1 + i \text{tg} \theta = \sqrt{3}/2 - i/2$

Exercice 8 :

16- Calculer $\int_0^{\pi/6} (\sin^6 x + \cos^6 x) dx$

Exercice 9 :

Soit f l'application de \mathbb{C} dans \mathbb{C} définie par : $f(z) = z^3 + az + bz - 42 + 24i$ ou a et b sont des éléments de \mathbb{C} .

17- Déterminer a et b sachant que $f(1) = -44 + 32i$

$f(-1) = -30 + 16i$