تصحيح السلسلة 1
حركية نقطة مادية

تمرين 1

1 – نعتبر المعادلتين الزمنيتين :

$$\begin{cases} x = -2t + 3 \\ y = t^2 - t + 3 \end{cases}$$

نقصي الزمن t بين هاتين المعادلتين :

$$t = \frac{x-3}{2} \Rightarrow y = \frac{x^2 - 4x + 15}{4}$$

طبيعة حركة النقطة M حركة شلجمية

2 – تعبير إحداثيتي متجهة السرعة بدلالة الزمن :

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -2 \Rightarrow v_y = \frac{dy}{dt} = 2t - 1$$

$$\vec{v} = -2\vec{i} + (2t-1)\vec{j}$$

لمعرفة طبيعة حركة النقطة M نحسب منظم متجهة السرعة :

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \Rightarrow \|\vec{v}\| = \sqrt{4 + (2t-1)^2}$$

v دالة زمنية تتغير مع الزمن t

إذن حركة النقطة M غير منتظمة .

3 ـــــــــــ تعبيـــــــــر متجهـــــــــــــة التـــــــــــــسارع

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} \Rightarrow \vec{a} = 0\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$\vec{a} = 2\vec{j}$$

المجال التي تكون فيه الحركة متباطئة . نقوم بدراسة إشارة الجداء السلمي $\vec{a}.\vec{v}$.

$$\vec{a}.\vec{v} = 2(2t-1)$$

حسب جدول التالي :

🗁

إشـــــارة $\vec{a}.\vec{v}$	--	+
تغيرات $\vec{a}.\vec{v}$	↘	↗

$\vec{a}.\vec{v} < 0$ عندما تكون 🗁>t فحركة النقطة M متباطئة .

* حساب الزاوية $(\vec{v},\vec{a})$

حسب التعريف للجداء السلمي $\vec{a}.\vec{v} = a.v\cos(\vec{a},\vec{v})$

$$\cos(\vec{a},\vec{v})=\frac{\vec{a}.\vec{v}}{a.v}$$

$$=\frac{2(2t-1)}{\sqrt{4+(2t-1)^2}}$$

في اللحظة t= s أي $\cos(\vec{a}.\vec{v})=0$

$(\vec{a},\vec{v})=\pi/2$

* شعاع الإنحاء .

نعلم أنه في معلم فريني :

$$\vec{a}=\vec{a}_n+\vec{a}_\tau \quad avec\, a_n=\frac{v^2}{\rho} \quad ,a_\tau=\frac{dv}{dt}$$

$$a_n=\frac{4+(2t-1)}{\rho} \quad , \quad a_\tau=\frac{4t-2}{\sqrt{4t^2-4t+5}}$$

$$t=\tfrac{1}{2}s \;\Rightarrow\; a^2{}_n=\frac{4}{\rho^2} \quad , \quad a^2{}_\tau=0$$

$$\rho^2=1 \;\Rightarrow\; \rho=1m$$

تمرين 2

1 ـ معادلة مسار النقطة : $\begin{cases}\frac{x}{3}=\cos(2t+\frac{\pi}{4})\\ \frac{y}{3}=\sin(2t+\frac{\pi}{4})\end{cases} \Rightarrow x^2+y^2=9$

المسار دائري مركزه $C(0,0)$ وشعاعه $R=3m$ إذن فحركة النقطة M حركة دائرية .

2 ـ إحداثيتي متجهة السرعة ومنظمها .

$$\begin{cases}\dot{x}=-6\sin(2t+\frac{\pi}{4})\\ \dot{y}=6\cos(2t+\frac{\pi}{4})\end{cases} \Rightarrow \|\vec{v}\|=\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}$$

$$\|\vec{v}\|=\sqrt{36}=6\,m/s$$

إذن طبيعة حركة النقطة M حركة دائرية منتظمة .

4 ـ المعادلة الزمنية لحركة النقطة M $s=\varphi(t)$ باتخاذ $A(3,0)$ أصلا للإحداثيات المنحنية .

نعلم أن حركة النقطة M حركة دائرية منتظمة منظم سرعتها ثابت :

$$s(t)=v_0t+s_0 \quad , \quad v_0=6m/s$$

$$s(t)=6t+s_0$$

حسب الشروط البدئية

$$\begin{cases}x=3\\ y=0\end{cases} \Rightarrow 3=3\cos(2t+\frac{\pi}{3}) \;\Rightarrow\; \cos(2t+\frac{\pi}{4})=1$$

$$2t+\frac{\pi}{4}=0 \;\Rightarrow\; t=-\frac{\pi}{8}\,, s(-\frac{\pi}{8})=0=-\frac{3\pi}{4}+s_0$$

$$s_0=\frac{3\pi}{4} \qquad s'\,t)=6t+\frac{3\pi}{4}$$

تمرين 3

1 ـ تعبير $v(t)$ بدلالة الزمن t في المجالين :

ـ المجال [0، 2s]

$$v = at + v_0 \Rightarrow t = 0 \quad v = v_0 = 1m/s$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0,5m/s^2$$

$$v = 0,5t + 1$$

ـ المجال [2s، 3,5s]

$$v = at + v_0 \Rightarrow t = 2s \quad v = 2m/s$$

$$t = 3,5s \quad v = 0$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -1,3m/s^2 \qquad v_0 = 4,7m/s$$

$$v = -1,3t + 4,7$$

2 ـ طبيعة الحركة في كل مجال :

ـ المجال [0، 2s]

بما أن $v(t)$ دالة خطية فإن الحركة في هذا المجال حركة مستقيمية متغيرة بانتظام ومتسارعة لأن منظم سرعتها دالة تزايدية في هذا المجال .

تسارعها $a=0,5m/s^2$.

ـ المجال [2s، 3,5s]

في هذا المجال كذلك حركة M حركة مستقيمية متغيرة بانتظام ومتباطئة لأن منظم سرعتها دالة تناقصية في المجال أعلاه .

تسارعها $a=1,3m/s^2$

3 ـ المعادلات الزمنية لحركة النقطة M

ـ المجال [0، 2s]

$$v = 0,5t + 1 \Rightarrow x = \frac{1}{4}t^2 + t + x_0$$

$$t = 0 \quad x = x_0 = 0$$

$$x = \frac{1}{4}t^2 + t$$

ـ المجال [2s، 3,5s]

$$v = -1,3t + 4,7 \Rightarrow x = -\frac{1,3}{2}t^2 + 4,7t + x_0$$

$$t = 2s \quad x = \frac{1}{4}.4 + 2 = 2 = x_0$$

$$x = -\frac{1,3}{2}t^2 + 4,7t + 2$$