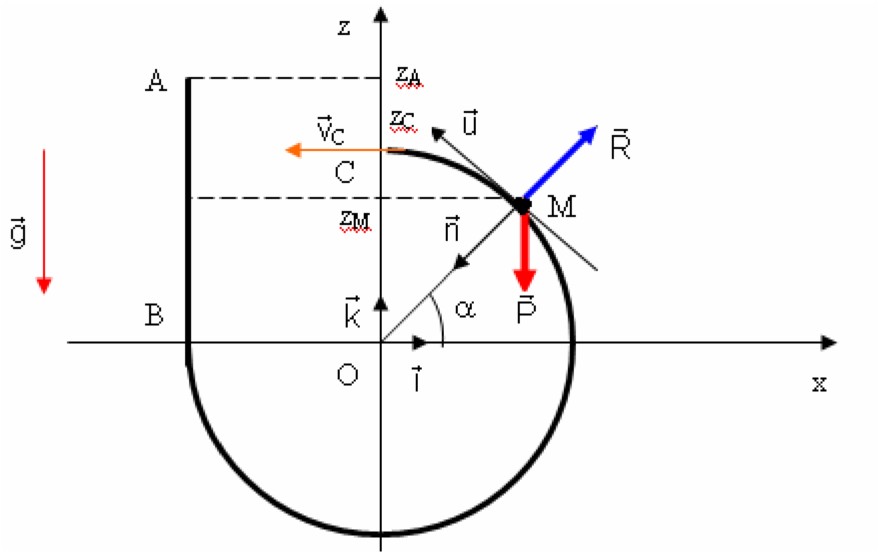
تصحيح السلسلة 3

بالنسبة للتمرين 1 و التمرين 2أنظر الدرس .

تمرين 3

1 ـ سرعة المتحرك في النقطة C :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين A و C ونعلم أن شغل القوة $\vec{P}$ لايتعلق إلا بالموضع البدئي والموضع النهائي . و القوة $\vec{R}$ متعامدة مع المسار أي أن $W(\vec{R})=0$



$$\frac{1}{2}mv_C^{\ 2}-\frac{1}{2}mv_A^{\ 2}=W(\vec{P})+W(\vec{R})$$

$$\frac{1}{2}mv_C^{\ 2}-0=mgz$$

$$\frac{1}{2}mv_C^{\ 2}=mg(z_A-z_C)$$

$$v_C^{\ 2}=2g(AB-r)$$

$$v_C=\sqrt{2g(AB-r)}$$

تطبيق عددي : $v_C=3.16m/s$

2 ـ معادلة مسار المتحرك بعد النقطة C

نطبق العلاقة الأساسية للديناميك عند مغادرة المتحرك النقطة C(r,0) بسرعة $\vec{v}_C(-v_C,0)$ والتي تعتبر كشروط أولية :

$$\vec{P}=m\vec{g}=m\vec{a}$$

$$\vec{a}=\vec{g}$$

في المعلم $(O,\vec{i},\vec{k})$ عندنا $\vec{a}(0,-g)$

$$\begin{cases}a_x=0\\a_z=-g\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}v_x=-v_c\\v_z=-gt\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-v_ct\\z=-\frac{1}{2}gt^2+r\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-3.16t\\z=-5t^2+0.5\end{cases}$$

نقصي الزمن بين المعادلتين الزمنيتين ونحصل على معادلة المسار :

$$z=0.5x^2+0.5$$

3 ـ تسارع المتحرك في النقطة M

نطبق العلاقة الأساسية للديناميك في معلم فريني $(M,\vec{u},\vec{n})$

$$\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$$

نسقط هذه العلاقة في معلم فريني

$$\begin{cases}-mg\cos\alpha+0=ma_u\\mg\sin\alpha-R=ma_n\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a_n=\frac{v^2}{r}\\a_u=-g\cos\alpha\end{cases}$$

لحساب السرعة في النقطة M نطبق مبرهنة الطاقة الحركية .

$$\frac{1}{2}mv_M^{\ 2}-\frac{1}{2}mv_A^{\ 2}=mg(z_A-z_M)$$

$$\frac{1}{2}mv_M^{\ 2}=mg(h-r\sin\alpha)$$

$$v^2=2g(h-r\sin\alpha)$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a_n=\frac{2g(h-r\sin\alpha)}{r}\\a_u=-g\cos\alpha\\a=\sqrt{a_n^{\ 2}+a_u^{\ 2}}\end{cases}$$

تمرين 4

1 حساب تسارع الجسم قبل وبعد انقطاع الحبل وحساب α

حسب المبيان v=f(t) :

قبل انقطاع الحبل السرعة v دالة تآلفية تمر من أصل المعلم أي أن $v = kt$ بحيث k المعامل الموجه للمستقيم $t \in [0,2s[$

و k تمثل التسلرع a قبل انقطاع الحبل

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$
$$a_1 = 1.2m/s^2$$

بعد انقطاع الحبل كذلك v دالة تآلفية لاتمر من أصل المعلم أي أن $v = k't + v_0$ k' المعامل الموجه للمستقيم بالنسبة

ل $t \in [2s,2.6s[$ وهي تمثل التسارع a2 بعد انقطاع الحبل :

$$a_2 = -\frac{\Delta v}{\Delta t}$$
$$a_2 = -4m/s^2$$

حساب الزاوية α

نطبق العلاقة الأساسية للديناميك بعد انقطاع الحبل (لعدم توفرنا على شدة توتر الحبل)

نسقط هذه العلاقة على Ox $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

$$-mg\sin\alpha = ma_2$$

ونسقطها على Oy

$$R - mg\cos\alpha = 0$$

ومن العلاقة الأولى نستنتج $\sin\alpha = -\frac{a_2}{g}$

تطبيق عددي $\alpha \approx 23°$

2 ــ المسافة المقطوعة من طرف الجسم خلال الصعود

المعادلة الزمنية قبل انقطاع الحبل

$$x_1 = 0.6t^2$$
$$t = 2s \Rightarrow x_1 = 2.4m$$

المعادلة الزمنية بعد انقطاع الحبل ونأخذ t=2s كأصل الأفاصيل

$$x_2 = -2t^2 + 2.4t$$

المسافة المقطوعة من طرف الجسم بعد انقطاع الحبل

$$t = 0.6s \Rightarrow x_2 = 0.72s$$

نستنتج أن المسافة الكلية المقطوعة خلال الصعود هي :

$$x = x_1 + x_2$$
$$x = 2.4 + 0.72 = 3.12m$$

طريقة ثانية باستعمال العلاقة المستقلة عن الزمن .

في المرحلة الأولى A موضع المتحرك عند انقطاع الحبل

$$v_A{}^2 = 2a_1x_1$$
$$x_1 = \frac{v_A{}^2}{2a_1}$$

في المرحلة الثانية والتي سيتوقف فيها الجسم عند نهايتها

$$x_2 = -\frac{v_A{}^2}{2a_2}$$

ونحصل على المسافة المقطوعة خلال الصعود :

$$x = x_1 + x_2$$
$$x = 2.4 + 0.72 = 3.12m$$

* توتر الحبل T

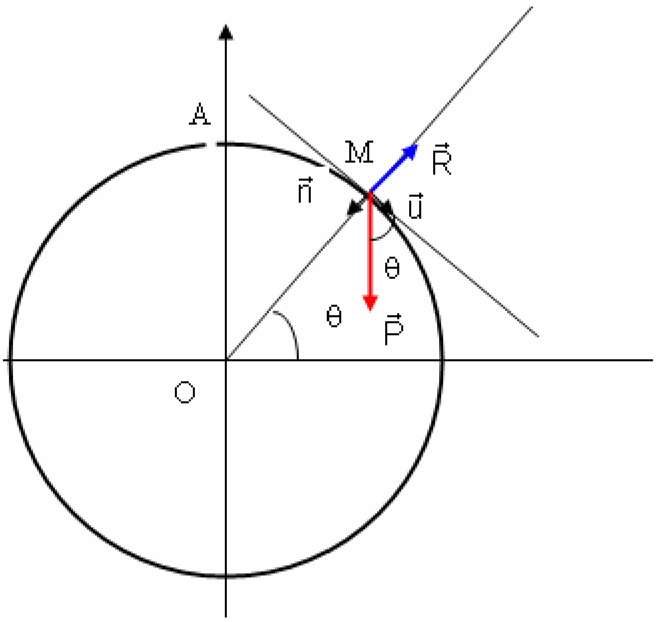
نطبق العلاقة الأساسية للديناميك على الجسم قبل انقطاع الحبل :

$$-mg\sin\alpha + T = ma_1$$
$$R - mg\cos\alpha = 0$$

$$T = m(a_1 + g\sin\alpha)$$
$$T = 10.4N$$

تمرين 5

1 ـ سرعة النقطة المادية قبل مغادرتها الكرة . تنطلق النقطة بدون سرعة بدئية .
نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين النقطتين A وM بحيث M نقطة تنتمي إلى الكرة والتي بعدها بمسافة لامتناهية في الصغر تغادر النقطة الكرة . نلاحظ أن شغل القوة $\vec{R}$ منعدم لأن القوة $\vec{R}$ عمودية على المسار .



$$\frac{1}{2}mv_M^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh + 0$$
$$v_M^2 = 2gh$$
$$h = r(1-\sin\theta)$$
$$v_M = \sqrt{2gr(1-\sin\theta)}$$

2 ـ تعبير شدة القوة المطبقة من طرف سطح الكرة على النقطة المادية

نطبق العلاقة الأساسية للديناميك في معلم فريني $(M,\vec{u},\vec{n})$

على $(M,\vec{n})$ عندنا $mg\sin\theta - R = ma_n$ (1)

على $(M,\vec{u})$ عندنا $mg\cos\theta = ma_u$ (2)

من العلاقة (1)

$R = mg\cos\theta - m\frac{v_M^2}{r}$ وحسب السؤال الأول عندنا

$v_M^2 = 2gr(1-\sin\theta)$ أي أن

$$R = mg(3\sin\theta - 2)$$

3 ـ عندما تترك النقطة المادية الكرة يكون تأثير الكرة عليها منعدما . أي أن R=0

$$\sin\theta = \frac{2}{3}$$
$$\theta = 41°$$

تمرين6

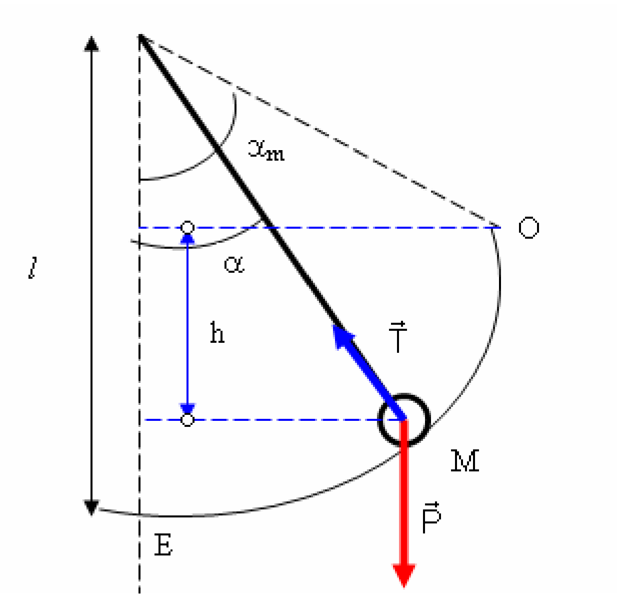
1 ـ a تعبير السرعة الخطية للكرية بدلالة الزاوية α التي يكونها الخيط مع الخط العمودي عندنا نواس بسيط . نطبق مبرهنة الطاقة الحركية عند انتقال الكرية من O إلى M

$$\frac{1}{2}mv_M^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh + 0$$
$$\frac{1}{2}mv_M^2 = mgl(\cos\alpha - \cos\alpha_m)$$
$$v_m = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_m)}$$

b ـ عندما يمر النواس من موضع توازنه α=0 و منه cos0=1

$v_E = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha_m)}$ نأخذ l=1m و g=10m/s^2 $v_E = 3.16m/s$

c ـ قيمة توتر الخيط عندما يمر من موضع توازنه المستقر .
نطبق العلاقة الأساسية للديناميك في نقطة M في معلم فريني



$$\vec{P}+\vec{T}=m\vec{a}$$

إسقاط العلاقة على $(M,\vec{n})$ وعلى$(M,\vec{u})$ نحصل على النتيجة التالية

$$-mg+T=m\frac{v^2}{l}$$

عند مروره من موضع توازنه المستقر

$$-mg+T=m\frac{v_E^{\ 2}}{l}$$

$$T=\frac{2mgl(1-\cos\alpha_m)}{l}+mg$$

$$T=3mg-2mg\cos\alpha_m$$

$$T=mg(3-2\cos\alpha_m)$$

$$T=4N$$

2 – في حالة عندنا نواس مخروطي pendule conique

حركة G حركة دائرية منتظمة سرعتها الخطية ثابتة . نطبق العلاقة

الأساسية للديناميك في معلم نعتبره معلم لفريني في هذه الحالة نأخذ محورين . محور منظمي على المسار $(M,\vec{n})$ ومحور رأسي $(M,\vec{k})$

نسقط العلاقة على المحورين فنحصل على معادلتين :

$$\begin{cases} T\sin\theta+0=m\dfrac{v^2}{r} \\ T\cos\theta-P=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T\sin\theta=m\dfrac{v^2}{r} \\ T\cos\theta=mg \end{cases}$$

عندنا حسب الشكل أن $r=l\sin\theta$ و

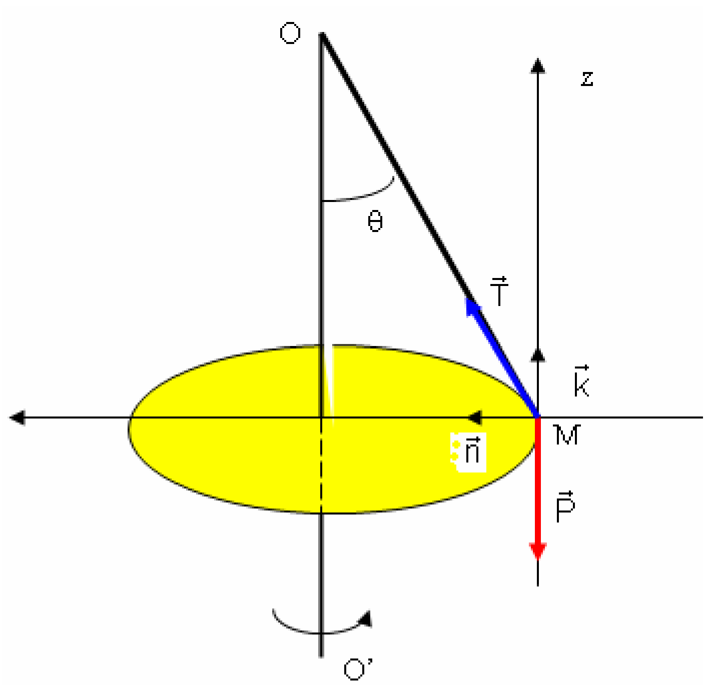
$$v=r\omega$$
$$v=l\omega\sin\theta$$

$$T\sin\theta=ml\sin\theta.\omega^2$$
$$T=ml\omega^2$$

a ـ فحسب العلاقة (1) $T\cos\theta=mg$

$$0<\cos\theta<1 \quad 0<\theta<\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} T\cos\theta<T \\ mg<T \\ mg<ml\omega^2 \\ g<l\omega^2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\omega>\sqrt{\frac{l}{g}}$$ أي أن $$\omega_0=\sqrt{\frac{l}{g}}$$



b ـ العلاقة بين السرعة الزاوية والزاوية θ

$$T\cos\theta=mg$$

$$ml\omega^2\cos\theta=mg \Leftrightarrow \cos\theta=\frac{g}{\omega^2 l}$$

$$l\omega^2\cos\theta=g$$

$$\omega^2=\frac{g}{\cos\theta}$$

c ـ تعبير توتر الخيط

$$T=ml\omega^2$$
$$T=ml.\frac{g}{l\cos\theta}=\frac{mg}{\cos\theta}$$

$$T=4N$$