التأثير البيني الجاذبي (خاص بالعلوم الرياضية)

I ـ التجاذب الكوني

1 ـ تعريف

القوى الإنجدابية هي قوى عن بعد تطبق من أجسام ذات كتلة

2 ـ قانون التجاذب الكوني

*** قانون نيوتن**

تتجاذب الأجسام بسبب كتلها فتطبق بعضها على بعض قوى تأثير تجاذبي .

*** نص القانون**

جسمان نقطيان كتلتاهما m_A و m_B . حسب قانون نيوتن يتجاذبان أي يسلط كل واجد على الآخر قوة تجاذب.

القوتان لهما نفس خط التأثير ومنحاهما متعاكسان ولهما نفس الشدة

.

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -G\frac{m_A.m_B}{r^2}\vec{u}_{AB}$$

G : ثابتة التجاذب الكوني

قيمتها في النظام العالمي للوحدات $G=6,67.10^{-11}N.m^2kg^{-2}$

$\vec{u}_{AB}$ تمثل المتجهة الواحدية للمستقيم ABوالموجه من A نحو B

في حالة ما إذا كان الجسمين غير نقطيين فنستعمل نفس العلاقة السابقة لتحديد قوة التجاذب الكوني. وذلك بجمع القوى الجزئية المطبقة على كل نقطة من الجسم.

حالة جسم ذي تماثل كروي: (المقادير التي تميزه محليا في كل لحظة لا تتعلق إلا بالمسافة r=OP حيث O تسمى مركز التماثل.

نحصل على نفس العلاقة بالنسبة لجسم ذي تماثل كروي .

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -G\frac{m_A.m_B}{r^2}\vec{u}_{AB}$$

2 ـ مجال التجاذب

*** تعريف**: يوجد مجال التجاذب في حيز من الفضاء إذا لوحظ أن جسما كتلته m يخضع لقوة التجاذب إثر وضعه في نقطة من هذا الحيز .

*** متجهة المجال التجاذبي**

جسم A كتلته m_A عند وضعه في حيز من الفضاء يحدث مجالا تجاذبيا . عندما نضع على التوالي في نقطة B من ا الحيز أجساما كتلها m_1 وm_2 و..... m_n .

كل هذه الأجسام تخضع لقوة تجاذب متجهاتها على التوالي :

$$\vec{F}_1 = -G\frac{m_1 m_A}{r^2}\vec{u}$$

$$\vec{F}_2 = -G\frac{m_2 m_A}{r^2}\vec{u}$$

نلاحظ أن النسبة $\frac{\vec{F}_1}{m_1}$ ثابتة

.

$$.\vec{F}_n = -G\frac{m_n m_A}{r^2}\vec{u}$$

يعني أن $$\frac{\vec{F}_1}{m_1} = \frac{\vec{F}_2}{m_2} = ... = \frac{\vec{F}_n}{m_n} = -G\frac{m_A}{r^2}\vec{u}$$

يلاحظ أن $-G\frac{m_A}{r^2}\vec{u}$ تعبر عن خاصية ذاتية للحيز الذي يحيط بالجسم A

نضع $\vec{g} = -G\frac{m_A}{r^2}\vec{u}$ تسمى المتجهة $\vec{g}$ متجهة مجال التجاذب المحدث من طرف A في النقطة B بحيث r=AB إذن

نكتب $\vec{F} = m\vec{g}$ وحدة g في النظام العالمي للوحدات هي m/s^2

بنية مجال التجاذب المحدث من طرف نقطة مادية كتلتها M بنية شعاعيه . جميع متجهات المجال مركزية

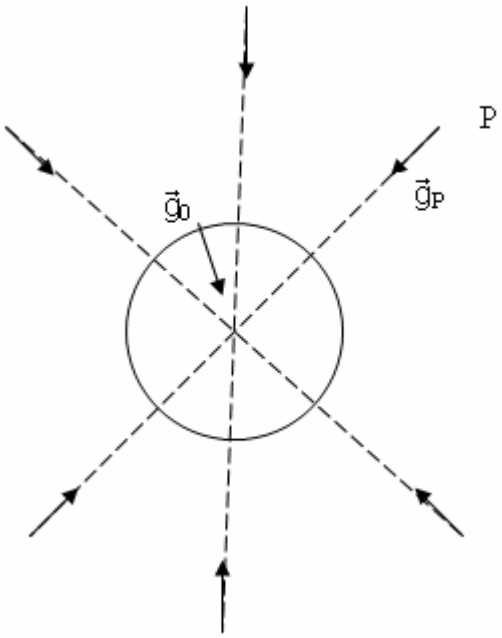
*** مجال التجاذب الأرضي**

نعتبر الأرض ذي تماثل كروي كتلته M_T و شعاعه R_T

المجال المحدث من طرف الأرض يسمى بالمجال التجاذب الأرضي

تمثل $\vec{g}_0$ متجهة مجال التجاذب على سطح الأرض

$\vec{g}_h$ مجال التجاذب الأرضي المحدث في نقطة H على ارتفاع h من سطح الأرض .



$$\vec{g}_0 = -G\frac{M_T}{R_T^2}$$

$$\vec{g}_h = -G\frac{M_T}{(R_T+h)^2}$$

نستنتج من هذين العلاقتين $g_h = g_0\left(\frac{R_T}{R_T+h}\right)^2$

ملحوظة : شدة التقالة ومجال ألتجاذبي الأرضي

شدة التقالة تتعلق بالارتفاع من سطح الأرض والمكان على سطح الأرض .

P=mg و $F=m\mathcal{G}$ لا يعنيان نفس المقدار لأن هناك فرق بين شدتهما رغم أنه ضعيف جدا فهو يعزى إلى دوران الأرض حول نفسها

وبما أن هذا الفرق ضعيف جدا يمكن اعتبار أن $\mathcal{G}$=g

II ـ الحركة الدائرية للأقمار الاصطناعية حول الأرض

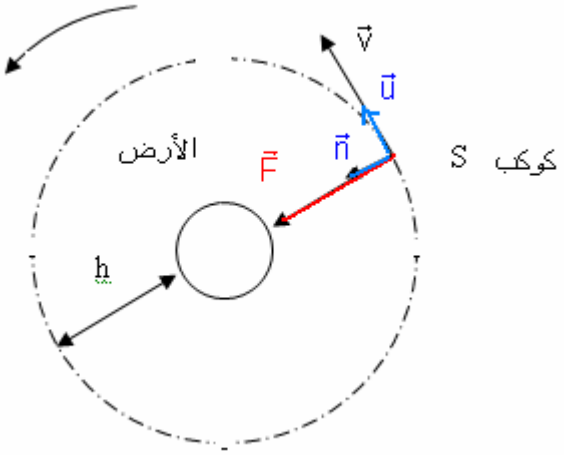
نعتبر قمرا اصطناعيا كتلته m يتحرك في مدار دائري حول الأرض على مسافة r=R+h من مركزها حيث R شعاع الأرض و h ارتفاع القمر عن سطح الأرض.

نختار كجسم مرجعي لدراسة حركة القمر حول الأرض المعلم المركزي الأرضي والذي نعتبره غاليليا .

1 ـ تسارع حركة القمر

نطبق العلاقة الأساسية للديناميك

القوى المطبقة على القمر الاصطناعي: قوة التجاذب الكوني $\vec{F} = m\vec{g}$ حيث تمثل $\vec{g}$ متجهة المجال على ارتفاع h



$$m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\vec{g} = \vec{a}$$

$$\|\vec{g}\| = \|\vec{a}\| = cte$$

متجهة التسارع $\vec{a}$ انجذابية مركزية منظمها ثابت إذن حركة القمر حركة دائرية منتظمة .

2 ـ سرعة القمر الاصطناعي

نختار معلما محليا معلم فريني $(S,\vec{u},\vec{n})$ ونسقط علية العلاقة الأساسية للديناميك

ومنه $\begin{cases} a_T = 0 \\ a_N = \frac{v^2}{r} \end{cases}$ $\begin{cases} F_T = 0 \\ F_N = mg \end{cases}$

$$mg = m\frac{v^2}{r} \quad \text{أي} \quad v = \sqrt{g.r}$$

$$v = R\sqrt{\frac{g_0}{(R+h)}}$$

ويمكن كذلك التعبير عن السرعة الزاوية $\omega = \frac{v}{r}$

$$\omega = R\sqrt{\frac{g_0}{(R+h)^2}}$$

3 ـ دور حركة القمر الاصطناعي

الدور T هو المدة الزمنية اللازمة للقمر لإنجاز دورة كاملة حول الأرض بسرعة ثابتة .

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{أي أن} \quad T = \frac{2\pi}{R}\sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0}}$$

ويمكن أن نستنتج القانون الثالث لكيبلر وذالك بالعلاقة التالية

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{R^2 g_0} r^3$$

$$\frac{T^2}{r^3} = k = cte$$

كذلك يمكن كتابة

$$g_0 = \frac{G.M_T}{R_T{}^2}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T}$$

وهذه العلاقة تبين أن $\frac{T^2}{r^3}$ لا تتعلق إلا بالكتلة M_T لكوكب الأرض .

4 ـ الأقمار الساكنة بالنسبة للأرض

يكون قمرا ساكنا بالنسبة للأرض إذا كان يدور بنفس السرعة الزاوية التي تدور بها الأرض وفي نفس المنحى أي دور حركته يساوي يوما فلكيا T=86164s ويمكن حساب العلو الذي يوجد عليه القمر h=36000km

5 ـ سرعة الإستقمار

سرعة الإستقمار هي السرعة التي يجب يعطيها الصاروخ للقمر عند إطلاقه من العلو h بالنسبة لعلو منخفض أو مدار منخفض أي أن r=R (نهمل h أمام R)

$$v_S = \sqrt{R.g_0}$$

v_S تسمى بسرعة الإستقمار