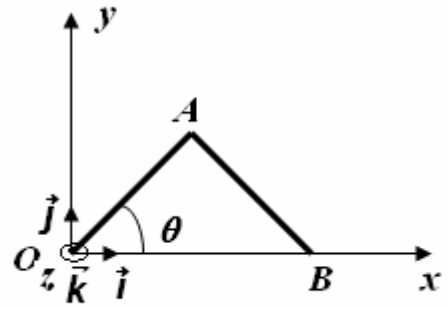
تمارين إضافية حول حركية نقطة مادية

تمرين 1

تدور ساق OA بسرعة زاوية $\omega=10rad/s$ ثابتة حول المحور Oz المتعامد مع المستوى Oxy الرأسي . نثبت ساق ثانية OB في الطرف A للساق OA بحيث أن الطرف B للساق OB ينزلق على المحور Ox . نعطي

$OA=OB=AB=80cm$ نفترض أنه في اللحظة $t=0$ $\theta_0=0$ ونختار

المعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$



1 – أوجد متجهة الموضع $\overrightarrow{OM}$ للنقطة M التي توجد في منتصف الساق AB في $\mathcal{R}$.

2 –أوجد معادلة مسار هذه النقطة واستنتج طبيعة هذه الحركة في $\mathcal{R}$.

3 – أوجد تعبير المتجهة $\vec{V}_M$ في $\mathcal{R}$.

4 – أوجد المعادلة الزمنية للنقطة B في $\mathcal{R}$.

الأجوبة : 1 – $\overrightarrow{OM}=1,2\cos 10t\,\vec{i}+0,4\sin 10t\,\vec{j}$

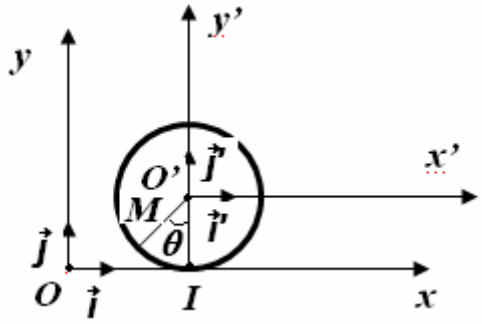
2 – $\frac{x^2}{(1,2)^2}+\frac{y^2}{(0,4)}=1$ طبيعة المسار اهليليج

3 – $\vec{V}_M=-12\sin 10t\,\vec{i}+4\cos 10t\,\vec{j}$

4 – المعادلة الزمنية لحركة النقطة B هي : $x=1,6\cos 10t$ حركة مستقيمية جيبية .

تمرين 2

تتدحرج بدون انزلاق عجلة شعاعها $R=1m$ على مسار مستقيمي بسرعة زاوية $\omega=20rad/s$ عند اللحظة $t=0$ توجد النقطة M في أصل المعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j})$



1 – أوجد العلاقة بين $x_G=OI$ (أفصول مركز ثقل الجسم) والزاوية θ والشعاع R ثم استنتج العلاقة بين السرعة الخطية V_G لمركز الثقل G والسرعة ω للعجلة حول محورها Δ المار من النقطة G .

2 – أوجد المعادلات الزمنية لحركة النقطة M في المعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j})$

3 – ما طبيعة مسارها في المعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j})$ و في المعلم $\mathcal{R}'(O,\vec{i}',\vec{j}')$

4 – أوجد تعبير متجهة السرعة $\vec{V}_M$ واستنتج أن منظم السرعة يكتب على الشكل التالي $V_M=2R\omega\sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)$

5 – أحسب السرعة القصوية والدنوية للنقطة M

الأجوبة :

1 – $x_G=R\theta$ و السرعة الخطية $V_G=R.\omega$

2 – $\overrightarrow{OM}=R(\omega t-\sin\omega t)\vec{i}+R(1-\cos\omega t)\vec{j}$

3 – طبيعة حركة النقطة M في المعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j})$ cycloïde في المعلم $\mathcal{R}'(O,\vec{i}',\vec{j}')$ حركة دائرية منتظمة

4 – تعبير السرعة $\vec{V}_M=R\omega(1-\cos\omega t)\vec{i}+R\omega\sin\omega t\,\vec{j}$

استعمال العلاقة المثلثية $\cos a=1-2\sin^2\left(\frac{a}{2}\right)$ نتوصل إلى أن منظم متجهة السرعة الخطية هو

$$V_M=2R\omega\sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)$$

5 – نعلم أن $-1<\sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)<1$ نستنتج أن $V_{min}=-2R\omega$ et $V_{max}=2R\omega$