# سلسلة تمارين حول التجاذب الكوني

## السنة الثانية بكالوريا علوم رياضية

### تمرين 1

يدور قمر اصطناعي كتلته m=200kg حول الأرض على مسار دائري شعاعه r مركزه يطابق مركز الأرض ويوجد في مستوى خط الاستواء . نعتبر الأرض ثابتة ولها تماثل كروي شعاعها R=6370km وشدة مجال الثقالة عند سطح الأرض $g_0 = m/s^2$ .

1 – أوجد شدة وزن القمر الاصطناعي على مداره

2 – بين أن السرعة الزاوية ω لدوران القمر الاصطناعي مرتبطة بالشعاع r حسب العلاقة $\omega^2.r^3 = k$ ( k ثابتة )

3 – أحسب الدور T لحركة القمر الاصطناعي في حالة $r=7.10^3 km$.

4 – أوجد تعبير الطاقة الحركية للقمر الاصطناعي بدلالة r,R,g,m .

5 – يحدث ، أثناء دوران القمر تغير جزئي dr في شعاع المسار dr<0 بحيث يمكن اعتبار المدار الجديد دائريا . عبر عن التغير dv للسرعة الخطية الذي يحدث بدلالة dr,T .

### الأجوبة:

1 – $P = mg_0\left(\frac{R}{r}\right)^2$

2 نطبق العلاقة الأساسية للديناميك في المعلم المركزي الأرضي ونسقطها في معلم فريني ) أنظر الدرس )

3 – $T = 2\pi\frac{r}{R}\sqrt{\frac{r}{g_0}}$ $T = 5776,8s$

4 – تعبير الطاقة الحركية $E_C = \frac{1}{2}mg_0\frac{R^2}{r}$

5 – حسب تعريف الطاقة الحركية

$$dv = \frac{dE_C}{m.v} \qquad dE_C = -\frac{1}{2}mg_0\frac{R^2}{r^2}dr$$

$$dv = -\frac{\pi}{T}dr$$

### تمرين 2

نعتبر أن الأرض متجانسة ولها تماثل كروي شعاعها R=6370km وشدة مجال الثقالة عند سطحها $g_0=9,8m/s^2$ .

نعتبر مركبة فضائية $N_1$ شبيهة بنقطة مادية ، كتلتها M=2000kg في دوران حول الأرض على ارتفاع h=630km ، مسارها دائري وينتمي إلى خط الاستواء .

ندرس حركة $N_1$ في المعلم المركزي الأرضي الذي نعتبره غاليليا .

1 – بتطبيق العلاقة الأساسية للديناميك :

1 – 1 حدد طبيعة حركة المركبة $N_1$

1 – 2 احسب قيمة سرعتها الخطية v ثم استنتج الدور T

2 – تدور على نفس المدار وفي نفس المنحى مركبة $N_2$ مماثلة للمركبة $N_1$ وعلى مسافة معلمة بالزاوية $\theta_0=60°$ يريد رواد المركبة $N_2$ الالتحاق بالمركبة $N_1$ مع بقائهم على نفس المدار، لذا يعملون على رفع سرعة مركبتهم $N_2$ بمقدار 5m/s وذلك بتشغيل محرك هذه المركبة .

حدد المدة الزمنية اللازمة لكي تلتحق المركبة $N_2$ بالمركبة $N_1$ . نعتبر مدة تغير السرعة مهملة

### الأجوبة

1 – 1حركة دائرية منتظمة

1 – 2 $v = R\sqrt{\frac{g_0}{R+h}}$ و $v = 7,54.10^3 m/s$ نستنتج $T = 5833s$ $T = \frac{2\pi(R+h)}{v}$

2 – نكتب المعادلة الزمنية لكل مركبة باعتبار أصل الأفاصيل منطبق مع موضع المركبة $N_1$ $\theta_1,\theta_2$ وعند الالتحاق تكون $\theta_1 = \theta_2$ ومنه نحصل على $t = 14,66.10^5 s$ $t = \frac{\theta_0(R+h)}{v_2 - v_1}$

## تمرين 3

1 ـ تنطلق نحو الأعلى مركبة فضائية تحث تأثير قوة الدفع $\vec{F}$ يطبقها المحرك على المركبة . أثناء الحركة تتغير كتلة المركبة M نتيجة احتراق الوقود المستعمل . نهمل جميع الاحتكاكات ونأخذ $g_0=10m/s$ .

1 ـ1 أوجد $a_1$ تسارع حركة المركبة عند الانطلاق وأحسب قيمته علما أن $M=M_1=22.10^3kg$ وأن $F=3,3.10^5N$

1 ـ 2 أوجد تسارع حركة المركبة عند اللحظة t علما أن كتلة الوقود المحترق m تتناسب اطرادا مع الزمن t ب $m=\rho t$ مع ρ ثابتة .

أحسب قيمة هذا التسارع عند اللحظة $t=100s$ علما أن $\rho=125kg/s$ .

2 ـ تضع هذه المركبة قمرا اصطناعيا في مدار حول الأرض على علو h من سطح الأرض.

2 ـ 1 بين أن حركة القمر منتظمة

2 ـ 2 أوجد تعبير السرعة الخطية v للقمر بدلالة $R,h,g_0$

ـ احسب v علما أن $h=500km$ و $R=6400km$ شعاع الأرض .

ـ استنتج تعبير دور الحركة T واحسب قيمته

3 ـ أعط تعريف القمر الساكن بالنسبة للأرض واحسب الارتفاع h' الذي يوجد عليه من سطح الأرض

## الأجوبة :

1 ـ 1 نطبق العلاقة الأساسية للديناميك في معلم مرتبط بسطح الأرض ونسقط العلاقة على محور Oz موجه نحو الأعلى

$$a_1=\frac{F}{M}-g_0 \quad M=M_1 \quad a_1=5m/s^2$$

1 ـ 2 تتغير الكتلة حسب العلاقة $M=M_1-m$ $a_1=\frac{F}{M}-g_0 \quad M=M_1-\rho t \quad a_1=24,7m/s^2$

2 ـ أنظر الدرس