حلول تمارين السلسلة 2
حركية نقطة مادية

تمرين 1

1 ـ من خلال المعادلة للسرعة يتبن أن التسارع a ثابت لأنها على شكل $v = at + v_0$ وأن الحركة تتم على مسار مستقيمي تجسده السكة AB إذن حركة S حركة مستقيمية متغيرة بانتظام ونستنتج أن التسارع a لمركز القصور G هو :

$$a = \frac{dv}{dt} = 2m/s^2$$

2 ـ المعادلة الزمنية لحركة G في المعلم $(O,\vec{i})$

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$x = \int v dt \ + \ C$$

$$= \int (2t + 1)dt \ + C$$

$$x \ = t^2 + t + C$$

نحدد الثابتة C اعتمادا على الشروط البدئية والمشار إليها في المعطيات في اللحظة t=0 $x_A=0$ أي أن C= 0 وتصبح المعادلة الزمنية على الشكل التالي :

$$x=t^2+t$$

تمرين2

1 ـ من خلال المعادلة الزمنية للحركة يتبين أن شكلها $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$ وأن الحركة تتم على المحور Ox أي مسارها مستقيمي . إذن حركة مركز القصور G حركة مستقيمية متغيرة بانتظام .

2 ـ قيمة التسارع

$$a = \frac{d}{dt}(\frac{dx}{dt})$$

$$a = \frac{d}{dt}(4t + 2)$$

$$a = 4m/s^2$$

3 ـ موضع G عند أصل التواريخ t=0

نعوض t=0 في المعادلة الزمنية للحركة نستنتج أن $x_0=0,5m$

4 ـ عند اللحظة ذات التاريخ t_1 السرعة اللحظية $v_1 = 4t_1 + 2$ أي

$$4 = 4t_1 + 2$$

$$4t_1 = 2$$

$$t_1 = 0,5s$$

تمرين 3

1 ـ المسافات المقطوعة خلال المدد الزمنية المتتالية والمتساوية :

$M_1M_0 = 2.5m, M_2M_1 = 3.5m, M_3M_2 = 4.5m, M_4M_3 = 5.5m, M_5M_4 = 6.5m, M_6M_5 = 7.5m$

2 ـ نلاحظ أن المسافات المقطوعة تكون متتالية حسابية أساسها r=1m وبما أن المسار مستقيمي إذن طبيعة الحركة للمتحرك M حركة مستقيمية متغيرة بانتظام .

3 ـ المعادلة الزمنية للحركة هي على الشكل التالي :

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ بحيث a تسارع المتحرك ونستنتجه من العلاقة التالية $a = \frac{r}{\tau^2}$ ونستنتج بتطبيق عددي

بسيط $a=1m/s^2$. v_0 السرعة في أصل التواريخ t=0 . من خلال المعادلة الزمنية $x = \frac{1}{2}t^2 + v_0t$ في اللحظة

t=0 حسب الجدول x=0 أي أن $x_0=0$.

وفي اللحظة t=2s حسب الجدول $x_2=6m$ في المعادلة الزمنية (1)

$$6 = 2 + 2v_0$$

$$2v_0 = 4$$

$$v_0 = 2m/s$$

إذن المعادلة الزمنية هي على الشكل التالي : $x = 0.5t^2 + 2t$

4 ـ سرعة المتحرك M’ بدلالة الزمن : اعتمادا على مخطط السرعات يتبين أن السرعة v دالة خطية معادلتها على الشكل التالي : $v' = at + v'_0$ نحدد a و v'_0 من خلال مخطط السرعات

a : المعامل الموجه للمستقيم $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ونأخذ نقطتين ينتميان للمستقيم نجد أن $a = \frac{6-2}{5-0}m/s^2 = \frac{4}{5}m/s^2$

v'_0 : السرعة البدئية للمتحرك M’ . عند اللحظة t=0s عندنا $v=v'_0=2m/s$ إذن تعبير السرعة :

$$v' = \frac{4}{5}t + 2$$

عند التحاق المتحرك M بالمتحرك M’ في هذه الحالة x(t)=x’(t)

بحيث أن $x'(t) = \frac{2}{5}t^2 + 2t + x'_0$ و $x(t) = 0.5t^2 + 2t$

عند اللحظة t=4s لحظة التقاء المتحركين x(4)=16m و $x'(4) = \frac{72}{5} + x'_0$

$$\frac{72}{5} + x'_0 = 16$$

$$x'_0 = \frac{8}{5}m$$

تمرين 4

المعادلة الزمنية : $\theta(t) = t^2 - 2\pi t + \frac{\pi}{2}$ والمسار دائري شعاعه r=5cm

1 ـ دالة السرعة الزاوية $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2t - 2\pi$ ومنه نستنتج التسارع الزاوي $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 2rad/s^2$

2 ـ الأفصول الزاوي في اللحظة التي يكون فيها السرعة الزاوية منعدمة :

$$\omega = 0 \Leftrightarrow 2t' - 2\pi = 0$$

$$\Leftrightarrow t' = \pi s = 3.14s$$

$$\theta(t') = \pi^2 - 2\pi^2 + \frac{\pi}{2} = -\pi^2 + \frac{\pi}{2} = -8.3rad$$

3 ـ من العلاقة السابقة نستنتج

$$s(t) = r\theta(t)$$

$$s(t) = 0.05t^2 - 0.1\pi t + 0.025\pi \quad \text{(m)}$$

تمرين 5

تمثيل متجهات التسارع $\vec{a}_2$ و $\vec{a}_5$

نطبق العلاقة التقريبية بالتأطير $\vec{a}_2 = \frac{\vec{v}_3 - \vec{v}_1}{2\tau}$

مميزات المتجهتين $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_3$

$$\vec{v}_1 \left\{ v_1 = \frac{M_0 M_2}{2\tau} = \frac{2.5}{8} m/s = 0.31 m/s \right. \qquad \vec{v}_3 \left\{ v_3 = \frac{M_2 M_4}{2\tau} = \frac{4.5}{8} = 0.56 m/s \right.$$

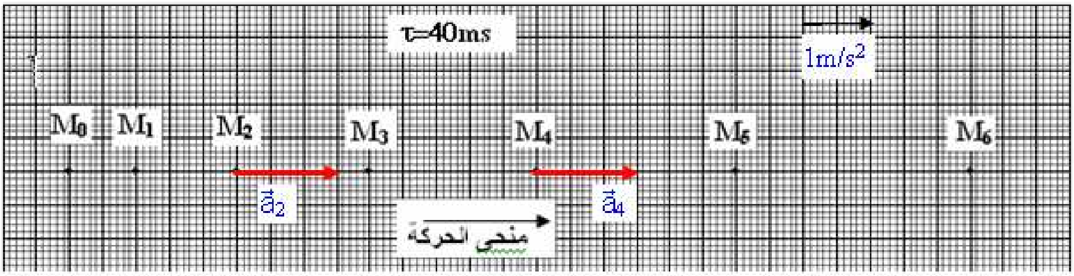
بما أن الحركة مستقيمية يمكن كتابة

$$\vec{a}_2 = \frac{\vec{v}_3 - \vec{v}_1}{2\tau} \Leftrightarrow a_2 = \frac{v_3 - v_1}{2\tau}$$

$$a_2 = \frac{0.56 - 0.31}{0.08} = 3.1.m/s^2$$

نختار سلم ملائم $1cm \Leftrightarrow 2.m/s^2$

نمثل $\vec{a}_4$ عوضا $\vec{a}_5$



من خلال تمثيل متجهة التسارع نلاحظ أن متجهة التسارع متجهة ثابتة خلال الحركة ومسارها مستقيمي إذن فحركة النقطة هي حركة مستقيمية متغيرة بانتظام وبما أن منظم دالة تزايدية إذن متسارعة .

معادلتها الزمنية باعتماد الشروط البدئية المنصوص عليها في التمرين :

$$x = \frac{3}{2}t^2 + 2t$$

تمرين 6

$$1 - \omega = \frac{v}{l} = 6 rad/s$$

$$2 - \begin{cases} x = l \cos \omega t \\ y = l \sin \omega t \end{cases} \Leftrightarrow \vec{v} \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\omega l \sin \omega t \\ \frac{dy}{dt} = +\omega l \cos \omega t \end{cases}$$

$$- repére\ de\ frenet : \vec{v} = \frac{ds}{dt}\vec{u}\ avec\ \frac{ds}{dt} = v = l\omega = 3m/s$$

$$3 - \vec{a} = \begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 l \cos \omega t \\ \frac{d^2y}{dt^2} = -\omega^2 l \sin \omega t \end{cases} \Leftrightarrow \vec{a} = -\omega^2 \overrightarrow{OM}$$

$$dans\ le\ repere\ de\ frenet\ \vec{a} = \omega^2 l\, \vec{n}\quad on\ a\ a = 18 m/s^2$$

$$4 - la\ force\ f = m.a = 1.8N$$