تتمة تصحيح تمارين السلسلة 3

تمرين 7

1 ـ نبين أن حركة S على الجزء AB تتم باحتكاك

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية عند انتقال الجسم من A إلى B

$$\frac{1}{2}mv_B^{\,2}-\frac{1}{2}mv_A^{\,2}=W(\vec{P})+W(\vec{R})$$

حسب المعطيات عندنا $v_B=0$ و $\vec{P}$ متعامد مع السكة AB إذن شغل $\vec{P}$ منعدم .

$-\frac{1}{2}mv_A^{\,2}=W(\vec{R})\neq 0$ إذن $\vec{R}$ ليست عمودية على الجزء AB مما يبين أن الحركة على S تتم باحتكاك .

2 ـ التعبير عن التسارع a بدلالة g و φ

نطبق العلاقة الأساسية للديناميك

$\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$ وإسقاط العلاقة على المحور Ox $R_x=ma_x$

وعلى Oy $-P+R_y=0$

وعندنا

$$tg\varphi=-\frac{R_x}{R_y}=-\frac{ma_x}{mg}$$

$$=-\frac{a_x}{g}$$

$$a_x=-g.tg\varphi$$

إذن $a=\sqrt{a_x^{\,2}+a_y^{\,2}}$ ونعلم أن $a_y=0$

$$a=a_x$$

$$a=g.tg\varphi$$

$$a=2.5m/s^2$$

3 ـ نذكر بالطاقة الميكانيكية لجسم :

$E_m=E_P+E_C$ بحيث أن E_P طاقة الوضع الثقالية و E_C هي الطاقة الحركية

حسب المعطيات تم اختيار المستوى الأفقي الذي يشمل النقطة I مرجعا لطاقة الوضع الثقالية أي أن في النقطة I تكون $E_P=0$ ونعلم أن تعبير طاقة الوضع الثقالية هو $E_P=mgz+Cte$ عند النقطة I نأخذ z=0 أي أن Cte=0

$$E_P=mgz$$

في النقطة B $E_P=mgr\quad (z=r)$ ، $E_C=0\quad (v_B=0)$ أي أن $E_m(B)=mgr$

في النقطة M $E_P=mgr\cos\theta$ ، $E_C=\frac{1}{2}mv_M^{\,2}$ أي أن $E_m(M)=\frac{1}{2}mv_M^{\,2}+mgr\cos\theta$

* نستنتج تعبير السرعة v_M

بما أن الجسم ينزلق على الجزء BC بدون احتكاك إذن هناك انحفاظ الطاقة الميكانيكية . أي أن $E_M(B)=E_m(M)$

$$\frac{1}{2}mv_m^{\,2}+mgr\cos\theta=mgr$$

$$v_M=\sqrt{2gr(1-\cos\theta)}$$

4 ـ في النقطة C $\theta=\theta_m$ و وينعدم تأثير السكة على الجسم أي أن R=0

نطبق العلاقة الأساسية للديناميك $\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$ في النقطة M

نسقط العلاقة في معلم فريني $(M,\vec{u},\vec{n})$

$$(M,\vec{u}) \ : \ mg\sin\theta + 0 = m\frac{dv_M}{dt} (1)$$

$$(M,\vec{n}) \ : \ mg\cos\theta - R = m\frac{v_M^2}{r} (2)$$

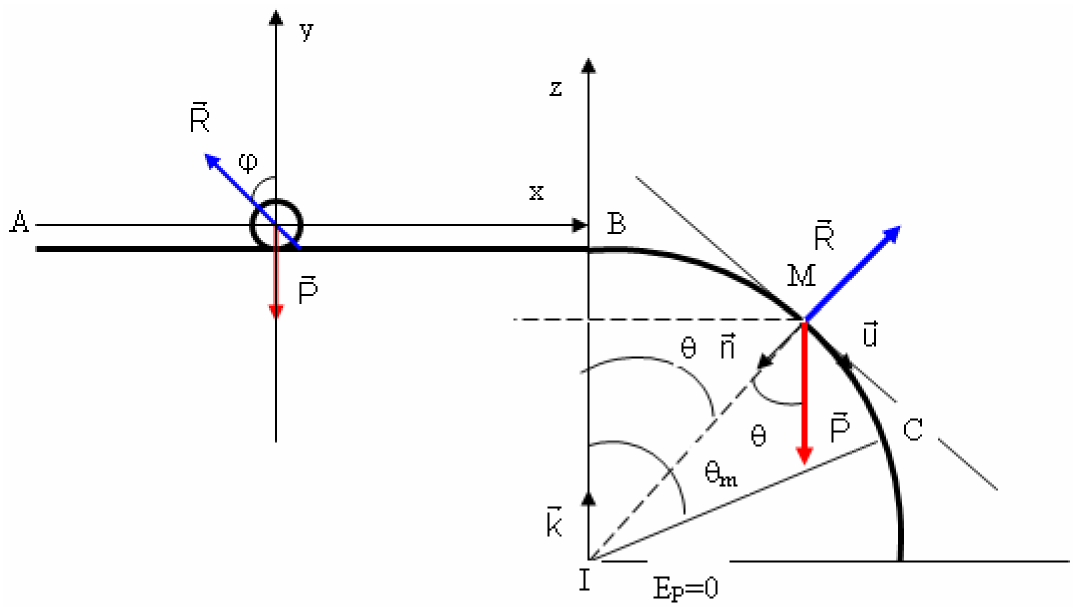
في النقطة C R=0 بالنسبة θ=θ$_m$ فإن $v_C^2 = 2gr(1-\cos\theta_m)$

في العلاقة (2)

$$mg\cos\theta_m = m\frac{2gr(1-\cos\theta_m)}{r}$$

$$\cos\theta_m = 2 - 2\cos\theta_m$$

$$\cos\theta_m = \frac{2}{3}$$



تمرين 8

1 – 1 طبيعة حركة S في الجزء AB

انطلاقا من مبدأ القصور: الجسم في حركة مستقيمية و $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$ لإذن سرعة الجسم ثابتة أي أن الحركة مستقيمية منتظمة . معادلتها الزمنية تكتب على الشكل $x = v_0 t + x_0$ عند اللحظة t=0 لدينا $x_0=0$ و السرعة $v_0=2m/s$ والتي ثابتة خلال الحركة . $x = 2t$

1 – 2 قيمة السرعة $v_B=v_0=2m/s$ لأن حركة S حركة مستقيمية منتظمة .

1 – 3 المعادلة الزمنية لحركة S على الجزء BC

نطبق العلاقة الأساسية للديناميك

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

نسقط العلاقة على Ox $-mg\sin\alpha = ma_x$

$$a = a_x = -g\sin\alpha$$

تطبيق عددي $a - 5m/s^2$

التسارع ثابت إذن حركة S في الجزء BC حركة مستقيمية متغيرة بانتظام . أي أن المعادلة الزمنية تكتب على الشكل التالي

$x = -\frac{5}{2}t^2 + 2t$ أخذنا t=0 أن $x=x_0=0$

2 – 1 نعتبر أن الاحتكاكات غير مهملة في هذه الحالة وتكافئ قوة $\vec{f}_r$ موازية للمحور Ox
على الجزء AB نطبق العلاقة الأساسية للديناميك :

$$-f_r = ma_1$$

$$-mg + R_y = 0$$

على الجزء BC نطبق العلاقة الأساسية للديناميك :

$$-mg\sin\alpha - f_r = ma_2 (1)$$

$$-mg\cos\alpha + R_y = 0$$

في العلاقة (1) $-mg\sin\alpha + ma_1 = ma_2$

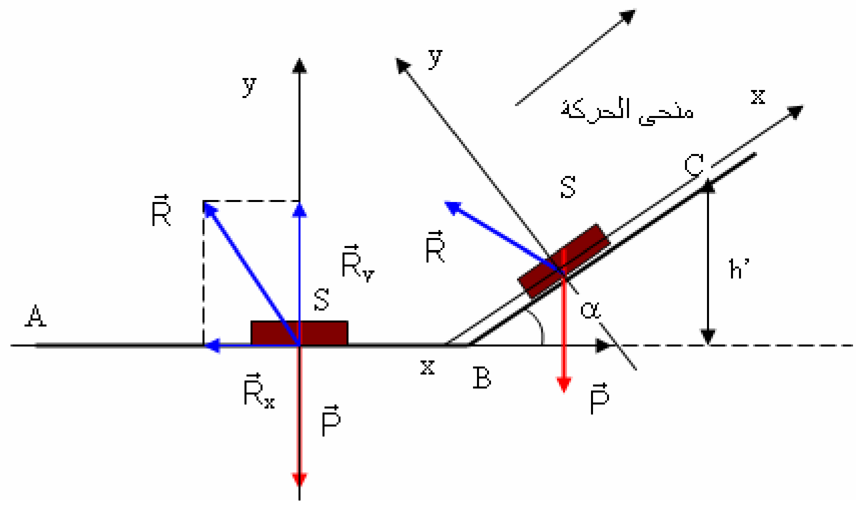
نستنتج أن $a_1 = a_2 + g\sin\alpha$

3 – شدة قوى الاحتكاك f_r بالنسبة AB=1m

$$f_r = ma_1$$

حساب a_1 بتطبيق العلاقة المستقلة عن الزمن على الجزء AB

$$v_0^2 - v_B^2 = 2a_1 AB$$



ونطبق العلاقة المستقلة عن الزمن على الجزء BC

$$-v_B^2 = 2a_2 \frac{h'}{\sin\alpha}$$

$$v_B^2 = -2a_2 \frac{h'}{\sin\alpha}$$

حسب السؤال السابق :

$$a_2 = a_1 - g\sin\alpha$$

$$v_B^2 = -\frac{2(a_1 - g\sin\alpha)h'}{\sin\alpha}$$

$$v_B^2 = v_0^2 - 2a_1 AB$$

$$v_0^2 - 2a_1 AB = -\frac{2(a_1 - g\sin\alpha)}{\sin\beta}$$

$$a_1\left(2AB + \frac{2h'}{\sin\alpha}\right) = 2gh' - v_0^2$$

$$a_1 = \frac{2gh' - v_0^2}{2AB + \dfrac{2h'}{\sin\alpha}}$$

نستنتج شدة القوى f_r

$$f_r = \frac{m(v_0^2 - 2gh')}{2AB + \dfrac{2h'}{\sin\alpha}}$$

تطبيق عددي: $f_r = 1.47.10^{-2} N$