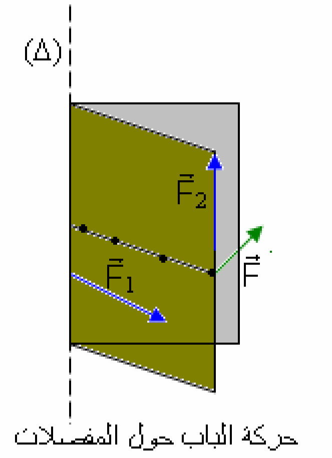
توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت
Equilibre d'un corps solide en rotation autour d'un axe fixe

I – عزم قوة

1 – مفعول قوة على دوران جسم صلب



مثال 1 : حركة الباب حول المفصلات والتي تجسد محور الدوران Δ .
ليس للقوتين $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ أي مفعول على دوران الباب
يكون لقوة مفعول دوران على جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت ، إذا كان خط تأثيرها
غير موازٍ لمحور الدوران ولايتقاطع معه .

مثال 2
القوة $\vec{F}$ لها مفعول على دوران الباب
نلاحظ أن شدة القوة تزداد كلما اقتربنا من محور الدوران Δ أي المفصلات
أي أن هناك علاقة بين شدة القوة $\vec{F}$ والمسافة الفاصلة بين خط تأثيرها والمحور Δ

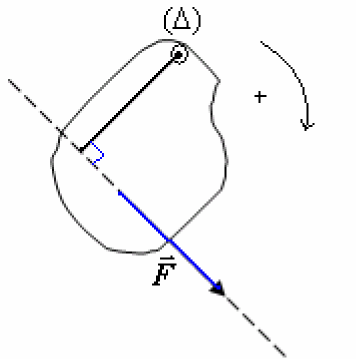
2 – عزم قوة بالنسبة لمحور ثابت .

2 - 1 – تعريف
عزم قوة $\vec{F}$ بالنسبة لمحور الدوران (Δ) متعامد مع خط تأثيرها له قيمة مطلقة تساوي
جداء الشدة F والمسافة d الفاصلة بين (Δ) وخط تأثيرها .

$$\left|\mathcal{M}_\Delta(\vec{F})\right| = F.d$$

وحدة عزم القوة في النظام العالمي للوحدات هي : $N.m$

2 –2 عزم قوة مقدار جبري

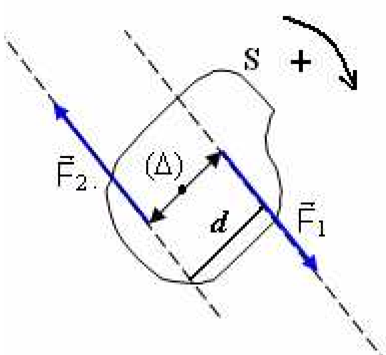


الجداء F.d لايدلنا على منحى دوران الجسم S حول المحور (Δ)
لهذا يجب أن نختار منحى اعتباطيا لدوران الجسم ونعتبره موجبا
كما في الشكل :
* إذا كان بإمكان القوة إدارة الجسم في المنحى الموجب الذي تم اختياره
فإن عزمها يعتبر موجبا : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = +F.d$
* * إذا كان بإمكان القوة إدارة الجسم عكس المنحى الذي تم اختياره
فإن عزمها يعتبر سالبا : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = -F.d$
إذن بصفة عامة عزم قوة $\vec{F}$ بالنسبة لمحور ثابت (Δ) هو :

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = \pm F.d$$

II – عزم مزدوجة قوتين

1 – مزدوجة قوتين



تكون القوتان $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ مزدوجة قوتين ، إذا كان مجموعهما المتجهي منعدم ولهما
نفس خط التأثير .

2 – عزم مزدوجة قوتين

عزم مزدوجة قوتين بالنسبة لمحور الدوران (Δ) عمودي على مستوة المزدوجة
هو جداء الشدة المشتركة للقوتين والمسافة d الفاصلة بين خطي تأثيرهما :
$\mathcal{M}_c = \pm F.d$ وحدة $\mathcal{M}_c$ في النظام العالمي للوحدات هي $N.m$

III – مبرهنة العزوم

1 – نص مبرهنة العزوم

عند توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت (Δ) أيا كان ، فإن مجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة عليه
بالنسبة لهذا المحور ، مجموع منعدم : $\sum_{i=1}^{n} \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i) = 0$

2 – تطبيق

نطبق على ساق متجانسة AB طولها $\ell = 80cm$ وكتلتها مهملة ، ثلاث قوى $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ رأسية (أنظر الشكل)

شداتها هي $F_1=4N$ و $F_2=4N$ و $F_3=2N$.

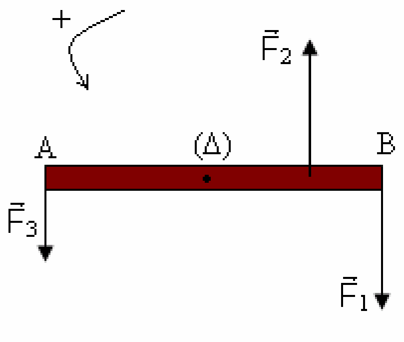
محور الدوران أفقي وثابت يمر من مركز الساق .

1 – هل القوتان $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ تكونان مزدوجة ؟ علل إجابتك .

2 – مثل الخط المضلعي لمتجهات القوى المطبقة على الساق ؟

3 – أحسب المجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة على الساق .

4 – هل يتحقق شرطا التوازن في هذه الحالة؟ علل إجابتك



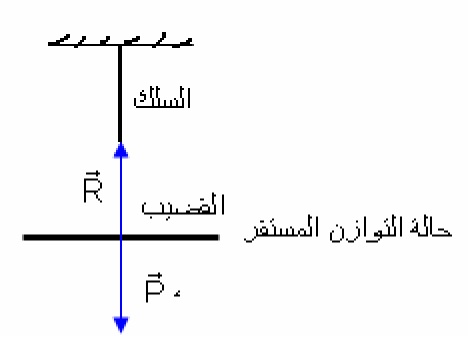
VI – عزم مزدوجة اللي

1 – مزدوجة قوتين على سلك فلزي

عند تطبيق مزدوجة قوتين على القضيب ، نلاحظ أن السلك يلتوي أي أن تأثير المزدوجة أدى إلى ليّ السلك . وعند حذف المزدوجة يعود القضيب إلى موضع توازنه البدئي . نفسر هذا كون أن السلك الملتوي يطبق بدوره على القضيب قوى ارتداد .

الدراسة الميكانيكية للقضيب :

*** قبل تطبيق مزدوجة القوتين $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$:**



القضيب في حالة توازن و هو خاضع لوزنه $\vec{P}$ و $\vec{R}$ القوة المطبقة من طرف السلك بحيث

$$\vec{P}+\vec{R}=\vec{0} \quad \text{و} \quad \mathcal{M}_\Delta(\vec{P})+\mathcal{M}_\Delta(\vec{R})=0$$

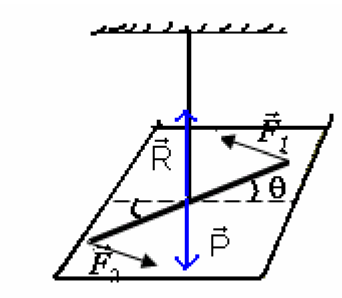
*** عند تطبيق مزدوجة القوتين $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1,\vec{F}_2)$**

يكون السلك ملتويا و هو يخضع للقوى $\vec{P}$ و $\vec{R}$ والمزدوجة المطبقة $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1,\vec{F}_2)$ ومجموع قوى الارتداد المسلطة من طرف جميع مولدات السلك $\sum \vec{f}_i$

القضيب في حالة التوازن :

$$\vec{P}+\vec{R}+\vec{F}_1+\vec{F}_2+\sum \vec{f}_i=\vec{0}$$

و كذلك



$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P})+\mathcal{M}_\Delta(\vec{R})+\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1,\vec{F}_2)+\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{f}_i)=0$$

$$\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{f}_i)=-\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1,\vec{F}_2)$$

$$\sum \vec{f}_i=\vec{0}$$

خلاصة : قوى الارتداد $\sum \vec{f}_i$ لها خاصيات مزدوجة قوتين .

تسمى بمزدوجة اللي Couple de torsion ونرمز لها ب $\mathcal{M}_e$

2 – عزم مزدوجة اللي

من خلال الدراسة التجريبية نستنتج أن عزم المزدوجة المطبقة على السلك تتناسب اطرادا مع الزاوية θ زاوية اللي نقول أن للسلك استجابة خطية . $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1,\vec{F}_2)=C\theta$

حيث C ثابتة تميز السلك نسميها ثابتة لي السلك و هي تتعلق بطول السلك وبمقطعه وبنوعيته .

وحسب الدراسة السابقة أن عزم مزدجة لي السلك $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{f}_i)=\mathcal{M}_e$ هي المقابل لعزم مزدوجة القوتين $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$

إذن $\mathcal{M}_e=-C.\theta$